

Вступительная контрольная работа для поступающих  
в 8-й класс ГАОУ ТО «ФМШ» в 2017 году

1.  $(x - 2)^3 + (x + 2)^3 = 2(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$ .

**Ответ: -2,25.** Решение. Раскроем скобки по формулам кубов, получим:

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 2(x^3 - 27)$$

$$24x = -54$$

$$x = -2,25$$

2. Решите задачу:

Петя выполняет некоторую работу за два дня. Коля выполняет эту работу за 3 дня, а Вася - за 6 дней. За какое время они выполнят всю работу, если сначала третью часть работы выполнит один Петя, затем половину оставшегося - Коля, а уже остальное - Вася?

**Ответ: за  $3\frac{2}{3}$  дня.** Решение. Вся работа - 1, объём работы, выполненной

Петей за 1 день, -  $\frac{1}{3}$ , объём работы, выполненной Колей за 1 день, -  $\frac{1}{3}$ ,

объём работы, выполненной Васей за 1 день, -  $\frac{1}{6}$ .

1)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$  (дня) работал Петя

2)  $(1 - \frac{1}{3}) \cdot \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 1$  (день) работал Коля

3)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 2$  (дня) работал Вася

4)  $\frac{2}{3} + 1 + 2 = 3\frac{2}{3}$  (дня) выполнили всю работу

3. Какое наименьшее значение принимает выражение:

$P(x; y) = (x - y + 1)^2 + (2x - y - 1)^6$ . При каких значениях переменных  $x$  и  $y$  оно достигается.

**Ответ:  $P(2,3)=0$  наименьшее значение выражения.** Решение. Учитывая, что  $(x - y + 1)^2 \geq 0$ ,  $(2x - y - 1)^6 \geq 0$  наименьшее значение выражения равно 0 и достигается, если оба слагаемые одновременно равны нулю, т.е.

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0, \\ 2x - y - 1 = 0. \end{cases} \text{ Решая систему получаем } \begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

4. Из простого двузначного числа вычли число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, которое также оказалось простым, и получили квадрат натурального числа. Каким могло быть исходное число?

**Ответ: 73.** Решение. По условию задачи составим выражение:  $\overline{ab} - \overline{ba} = k^2$ , где  $\overline{ab}$ ,  $\overline{ba}$  - простые двузначные числа, следовательно, нечётные и  $a > b$ .

$$10a + b - (10d + a) = k^2$$

$9(a - b) = k^2$ ,  $a - b$  должно быть квадратом

$a - b = 1$ , не удовлетворяет условию задачи.

$a - b = 2$ ,  $a - b = 3$ ,  $a - b = 5$ ,  $a - b = 6$ ,  $a - b = 7$ ,  $a - b = 8$  не удовлетворяет условию задачи, т.к. не являются квадратами чисел от 1 до 9.

Возможны случаи:  $a - b = 4$ ,  $a - b = 9$ .

Рассмотрим  $a - b = 4$ :

$a$	$b$	
5	1	51, 15-составные числа, не удовлетворяют условию задачи
6	2	62, 26 - составные числа, не удовлетворяют условию задачи
7	3	73, 37-простые, $73-37=36$
8	4	84, 48 -составные числа, не удовлетворяют условию задачи
9	5	95, 59 -составные числа, не удовлетворяют условию задачи

Рассмотрим  $a - b = 9$ ;  $a \leq 9$ ,  $b \neq 0$ , следовательно не удовлетворяет условию задачи.

5. В равнобедренном остроугольном треугольнике  $ABC$  провели две высоты  $АН$  и  $ВК$ . Известно, что угол  $ВАН$  в 2 раза больше угла  $СВК$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

**Ответ:**  $67,5^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ;  $45^\circ$  или  $54^\circ$ ;  $54^\circ$ ;  $72^\circ$ . Решение.

Возможны два варианта ответов. Это связано с тем, что в тексте не указано, какие стороны треугольника равны. Если  $AB=BC$ , то  $90^\circ = \angle ВАН + \angle АВН = 2\angle СВК + 2\angle СВК = 4\angle СВК$ . Отсюда  $\angle СВК = 22,5^\circ$ . Значит,  $\angle СВА = 45^\circ$ ,  $\angle САВ = \angle АСВ = 67,5^\circ$ . Если  $AC=BC$ , то  $\angle СВА = \angle АВК + \angle СВК = \angle ВАН + \angle СВК = 2\angle СВК + \angle СВК = 3\angle СВК$ . Тогда  $90^\circ = \angle СВА + \angle ВАН = 3\angle СВК + 2\angle СВК$ . Значит,  $\angle СВК = 18^\circ$ , откуда  $\angle САВ = \angle СВА = 54^\circ$  и  $\angle АСВ = 72^\circ$ . Если  $AB=AC$ , то  $\angle ВАН = \angle САН = 90^\circ - \angle АСВ = \angle СВК$ . То есть,  $2\angle СВК = \angle СВК$ . Таким образом, данный вариант невозможен.