Вступительная контрольная работа для поступающих
в 6-й класс ГАОУ ТО «ФМШ» в 2017 году.

1. Найдите значение выражения (достаточно выполнить один пример на выбор учащегося):

А) $2{,}08 \cdot 11{,}5 - \left(20{,}16 : 6{,}3 + 0{,}01 \cdot (4^3 - 3^2)\right)$;

Б) $2\frac{2}{25} \cdot 11\frac{1}{2} - \left(20\frac{4}{25} : 6\frac{3}{10} + \frac{1}{100} \cdot (4^3 - 3^2)\right)$.

Ответ: 20,17. Решение.

Расставим порядок выполнения действий, начиная с внутренних скобок:

1) $0{,}01 \cdot (4^3 - 3^2) = 0{,}01 \cdot (64 - 9) = 0{,}01 \cdot 55 = 0{,}55$ или

$$\frac{1}{100} \cdot (4^3 - 3^2) = \frac{1}{100} \cdot 55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20};$$

2) $20{,}16 : 6{,}3 = 3{,}2$ или

$$19\frac{29}{25} : 5\frac{13}{10} = 20\frac{4}{25} : 6\frac{3}{10} = \frac{504}{25} \cdot \frac{10}{63} = \frac{63 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 63} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5};$$

3) $3{,}2 + 0{,}55 = 3{,}75$ или $3\frac{1}{5} + \frac{11}{20} = 3\frac{4}{20} + \frac{11}{20} = 3\frac{15}{20} = 3\frac{3}{4}$;

4) $2{,}08 \cdot 11{,}5 = 23{,}92$ или $2\frac{2}{25} \cdot 11\frac{1}{2} = \frac{52}{25} \cdot \frac{23}{2} = \frac{1196}{50} = \frac{2392}{100} = 23\frac{92}{100}$;

5) $23{,}92 - 3{,}75 = 20{,}17$ или $23\frac{92}{100} - 3\frac{3}{4} = 23\frac{92}{100} - 3\frac{75}{100} = 20\frac{17}{100}$.

2. Решите уравнение $7\frac{23}{49} + \left(\left(18\frac{7}{17} + x\right) - 13\frac{12}{49}\right) = 15\frac{11}{49}$.

Ответ: $\mathbf{2\frac{10}{17}}$. Решение.

Найдем неизвестное слагаемое $\left(\left(18\frac{7}{17} + x\right) - 13\frac{12}{49}\right)$, тогда имеем:

$$\left(18\frac{7}{17} + x\right) - 13\frac{12}{49} = 15\frac{11}{49} - 7\frac{23}{49};$$

$$\left(18\frac{7}{17} + x\right) - 13\frac{12}{49} = 7\frac{37}{49};$$

$$18\frac{7}{17} + x = 7\frac{37}{49} + 3\frac{12}{49};$$

$$18\frac{7}{17} + x = 21;$$

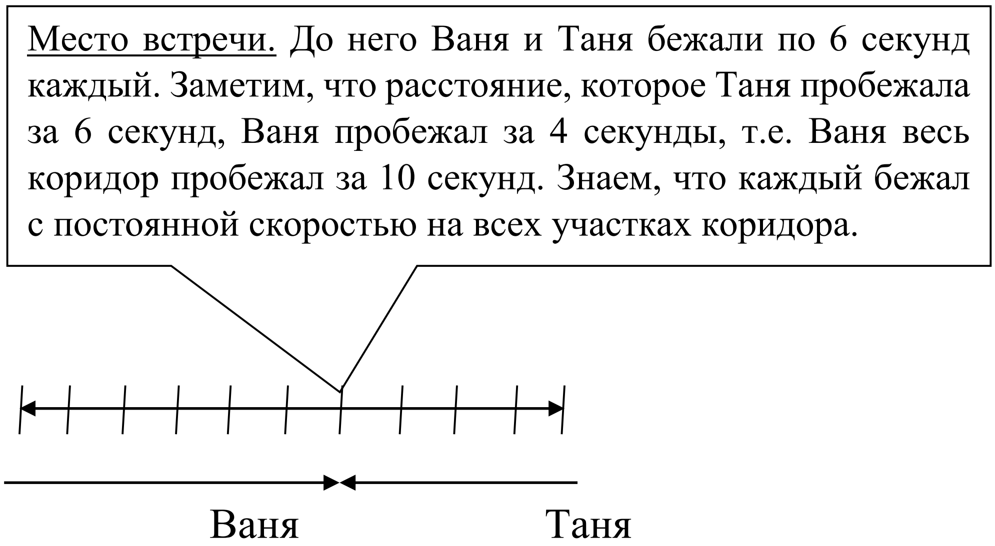
$$x = 21 - 18\frac{7}{17};$$

$$x = 2\frac{10}{17}.$$

Ответ: $2\frac{10}{17}$

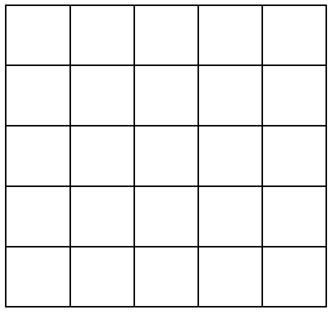
3. Ваня и Таня начали одновременно бежать из противоположных концов коридора. Они встретились через 6 секунд после старта. За следующие 4 секунды Ваня добежал до конца коридора, а Тане оставалось бежать ещё 12 метров. Чему равна длина коридора?

   Ответ: 20 метров. Решение. Изобразим условия задачи на схеме:



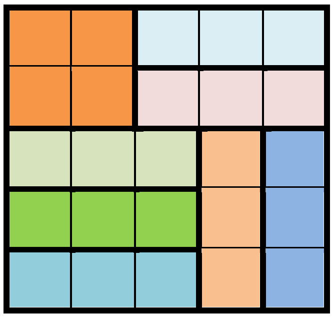
   Тогда получается, что Ваня пробежал участок длиной 12 метров (до встречи с Таней) за 6 секунд, значит его скорость 2 м/сек. Значит, со скоростью 2 м/сек Ваня бежал 10 секунд, следовательно, он пробежал ровно 20 метров. Таким образом длина коридора будет 20 метров.

4. Можно ли разрезать квадрат 5×5 по сторонам клеток на прямоугольники с периметром 8см. Сторона каждой клетки составляет 1см. Ответ поясните (т.е. если «да», то приведите пример такого разрезания, если «нет», то объясните, почему невозможно сделать такое разрезание).



   Ответ: да, можно. (смотри рисунок). Решение.

Сначала нам надо понять, что прямоугольники с нужным периметром 8см - это либо прямоугольники 1×3 или 3×1, либо квадрат 2×2. Данное разрезание не может содержать прямоугольники только одного вида. Этот факт легко устанавливается исходя из свойства площади. Следовательно, если такое разрезание существует, то оно должно содержать прямоугольники двух видов, 1×3 или 3×1 и квадрат 2×2. На рисунке изображён один из возможных примеров такого разрезания.



5. На доске написано пять последовательных двузначных чисел. Петя сложил какие-то три из них и получил сумму, делящуюся на 23. Вася тоже сложил какие-то три из этих пяти чисел и получил сумму, делящуюся на 53. Какие числа написаны на доске?

а) приведите пример таких пяти чисел;

б) найдите все варианты чисел, которые могли быть написаны на доске и докажите, что других нет.

Ответ: существует три возможных пятерки чисел:

51, 52, 53, 54, 55; 2) **52, 53, 54, 55, 56**; 3) **68, 69, 70, 71, 72**. Решение. Заметим, что разница между суммами троек из пяти последовательных чисел не может быть больше 6. Действительно, если обозначить первое число за x, то остальные будут $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$. Ясно, что минимальная сумма равна $x+(x+1)+(x+2)=3x+3$, а максимальная — $(x+2)+(x+3)+(x+4)=3x+9$. Разница между ними равна 6. Следовательно, для решения задачи нужно найти числа, делящиеся на 23 и 53, отличающиеся не более, чем на 6. Выписав все числа, кратные 23 и 53, меньшие 295 (т.к. эти числа являются суммой трех различных двузначных чисел, максимальная такая сумма есть 97+98+99=294), найдем две подходящие пары 161 и 159, 207 и 212. Пара чисел 161 и 159 дает две возможные пятерки чисел: 51, 52, 53, 54, 55 или 52, 53, 54, 55, 56: 52+53+54=51+53+55=159, 52+54+55=161 (в первом случае 159 можно получить даже двумя способами, но указание этого факта в решении не является обязательным). Пара 207 и 212 дает одну пятерку чисел 68, 69, 70, 71, 72: 68+69+70=207, 69+71+72=212.