

**Решение контрольной работы для поступающих в 9 класс  
ГАОУ ТО «ФМШ» в 2016 году**

1. Решите уравнение  $(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) = 144$ .

**Решение:** Пусть  $x^2 + x = t$ , тогда получим уравнение  $t^2 - 14t - 120 = 0$ . Решая его, получим  $t_1 = 20$ ,  $t_2 = -6$ . Выполним обратную замену: 1)  $x^2 + x - 20 = 0$  и 2)  $x^2 + x + 6 = 0$ . Второе уравнение действительных корней не имеет, в первом получим  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -5$ .

**Ответ:**  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -5$ .

2. Две трубы вместе наполняют бассейн за  $b$  ч. Определите, за сколько часов наполняет каждая труба в отдельности, если известно, что из первой трубы в час вытекает на 50% больше воды, чем из второй.

**Решение:** Из 1 трубы вытекает  $1,5x$  л в час, а из второй  $x$  л в час. Из обеих труб за 1 час вытекает  $2,5x$  л, а бассейн наполняется за  $b$  часов. Значит, всего в бассейне  $2,5x \cdot b = 15x$  л. 1 труба наполнит его за  $15x / (1,5x) = 10$  часов, а 2 труба за  $15x / x = 15$  часов.

**Ответ:** первая труба наполнит бассейн, работая отдельно, за 10 часов, вторая – за 15 часов.

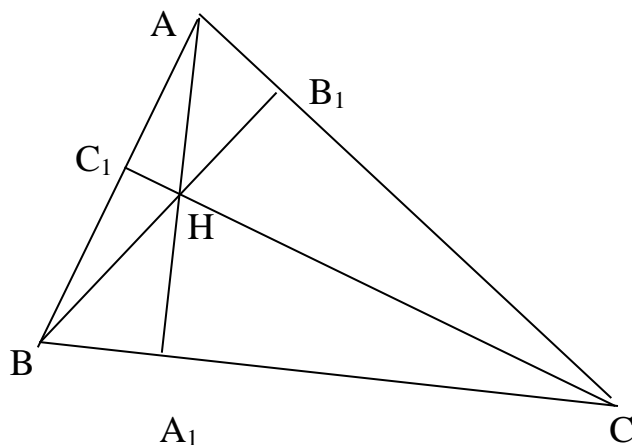
3. Докажите для любых действительных чисел  $a \neq 0$  и  $b$  неравенство  $a^2(b^2 + 1) + \frac{2}{a^2} \geq 2(b + 1)$ .

**Доказательство:**  $a^2b^2 + a^2 + \frac{2}{a^2} - 2b - 2 \geq 0$ ,

$$\left(a^2b^2 - 2b + \frac{1}{a^2}\right) + \left(a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}\right) = \left(ab - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 \geq 0.$$

**Ч.т.д.**

4.  $H$  – ортоцентр (точка пересечения высот) остроугольного треугольника  $ABC$ , в котором  $AH = BC = a$ . Найдите площадь четырёхугольника  $ABHC$ .



**Решение:** Пусть  $AA_1$  – высота  $\triangle ABC$ , тогда  $S_{ABHC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BHC}$ , т.е.  $S_{ABHC} = \frac{1}{2}AA_1 \cdot BC - \frac{1}{2}HA_1 \cdot BC = \frac{1}{2}BC(AA_1 - HA_1) = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}a^2$ .

**Ответ:**  $S_{ABHC} = \frac{1}{2}a^2$ .

5. Электрокипятильник со спиралью сопротивлением  $160 \text{ Ом}$  поместили в сосуд, содержащий  $0,5 \text{ кг}$  воды при  $20^\circ\text{C}$ , и включили в сеть с напряжением  $220 \text{ В}$ . Через  $20 \text{ минут}$  кипятильник выключили. Сколько воды выкипело, если КПД спирали  $80\%$ ?

**Решение:** 1)  $\eta = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_3} \cdot 100\%$ ;  $Q_{\text{п}} = c \cdot m_1 \Delta t + L \cdot m_2$ ;  $Q_3 = \frac{u^2}{R} \cdot t$ .

$$2) \eta = \frac{cm_1 \Delta t + Lm_2}{\frac{u^2}{R} \cdot t} \cdot 100\%; \quad cm_1 \Delta t + Lm_2 = \frac{\eta \cdot u^2 \cdot t}{R \cdot 100\%}$$

$$3) m_2 = \frac{\frac{\eta \cdot u^2 \cdot t}{R \cdot 100\%} - c \cdot m_1 \cdot \Delta t}{L} = \frac{\frac{80\% \cdot 220^2 \text{ В}^2 \cdot 1200 \text{ с}}{160 \text{ Ом} \cdot 100\%} - 4200 \frac{\text{ Дж}}{\text{ кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot 80^\circ\text{C}}{2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{ Дж}}{\text{ кг}}} = 0,05 \text{ кг}.$$

**Ответ:**  $m_2 = 0,05 \text{ кг}$ .