

1. Решите уравнение: $\frac{7x-1}{5} - \frac{3x-7}{2} = 6 - x$.

$$\frac{7x-1}{5} - \frac{3x-7}{2} = 6 - x \quad | \cdot 10$$

$$2 \cdot (7x - 1) - 5 \cdot (3x - 7) = 10 \cdot (6 - x)$$

$$14x - 2 - 15x + 35 = 60 - 10x$$

$$-x + 10x + 33 = 60$$

$$9x = 27$$

$$x = 3.$$

Ответ: $x = 3$.

2. По течению реки катер прошёл за 7 ч столько же, сколько он проходит за 8 ч против течения реки. Собственная скорость катера 30 км/ч. Сколько километров проплывёт за 4 ч спичка, брошенная в эту реку?

Пусть скорость течения реки равна x км/ч, тогда скорость катера по течению реки равна $(30 + x)$ км/ч, а скорость против течения реки $-(30 - x)$ км/ч. Зная время, которое катер прошёл по и против течения, и то, что он проходит одно и тоже расстояние, составим и решим уравнение:

$$1) \quad 7 \cdot (30 + x) = 8 \cdot (30 - x)$$

$$210 + 7x = 240 - 8x$$

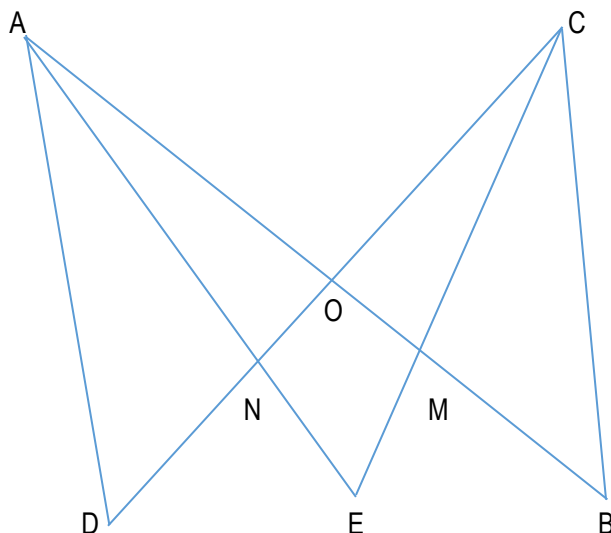
$$15x = 30$$

$$x = 2. \text{ Скорость течения реки } 2 \text{ км/ч.}$$

$$2) \quad 2 \cdot 4 = 8 \text{ (км).}$$

Ответ: спичка за 4 часа проплывёт 8 километров.

3. Равные отрезки АВ и CD пересекаются в точке О, которая является серединой каждого из них, причём $AD = AO$. а) Докажите, что $BC \parallel AD$; б) Найдите угол АЕС, если Е - точка пересечения биссектрис углов ВСО и DAO.



А) Учитывая данные задачи, можно понять, что треугольники OAD и OCB равные равнобедренные, т.е. углы ADO и BCO по 60° , значит, по первому признаку $AD \parallel BC$.

Б) Так как $\angle ADO = 60^\circ$, а $\angle DAN = 30^\circ$ (AN – биссектриса), то $\angle AND = 90^\circ = \angle CNE = 90^\circ$. CE – биссектриса, значит, $\angle NCE = 30^\circ$ и $\angle AEC = 60^\circ$.

4. Известно, что $a + b = c$. Какое значение имеет выражение

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c} - \frac{c}{a} - \frac{c}{b} ?$$

$$\frac{a-c}{b} + \frac{b-c}{a} + \frac{b+a}{c} = \langle -b = a - c, -a = b - c, \frac{b+a}{c} = 1 \rangle = \frac{-b}{b} + \frac{-a}{a} + 1 = -1 - 1 + 1 = -1.$$

5. Число x при делении на 10 даёт в остатке 3, а число y при делении на 10 даёт в остатке 2. Доказать, что сумма $(x + y)$ делится нацело на 5.

$x = 10g_1 + 3$, $y = 10g_2 + 2$; $x + y = 10(g_1 + g_2) + 5$. Так как каждое слагаемое нацело делится на 5, то и сумма нацело делится на 5.

6. Чему равна плотность жидкости, если плавающий в ней кубик с длиной ребра 8 см выступает над поверхностью жидкости на 1 см? Плотность материала кубика 700 кг/м^3

1) Тело плавает, если $F_A = F_{\text{тяж}}$. $F_A = \rho_{\text{ж.}} \cdot g \cdot V_{\text{п.ч.}}$; $F_{\text{тяж.}} = m_{\text{т.}} \cdot g$.

2) Тело погружено не полностью в жидкость, значит, $V_{\text{п.ч.}} < V_{\text{т.}}$.

3) $\rho_{\text{ж.}} \cdot g \cdot V_{\text{п.ч.}} = m_{\text{т.}} \cdot g$; $\rho_{\text{ж.}} \cdot V_{\text{п.ч.}} = \rho_{\text{т.}} \cdot V_{\text{т.}}$; $\rho_{\text{ж.}} = \frac{\rho_{\text{т.}} \cdot V_{\text{т.}}}{V_{\text{п.ч.}}} = \frac{\rho_{\text{т.}} \cdot a^3}{a^2 \cdot h} = \frac{\rho_{\text{т.}} \cdot a}{h}$.

4) $\rho_{\text{ж.}} = \frac{700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,08 \text{ м}}{0,07 \text{ м}} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

5) $\rho_{\text{ж.}} > \rho_{\text{т.}}$, значит, тело всплывает на поверхность.

Ответ: $\rho_{\text{ж.}} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.